



# Bachelorarbeit

## Image reconstruction with non-parametric noise models

Bildrekonstruktion mit nichtparametrischen Rauschmodellen

**Vorgelegt von:** Felix Kastner

**Betreut von:** Prof. Dr. Jan Lellmann

**Abstract:** In many practical situations, such as medical applications, images of interest cannot be measured directly. Therefore, indirect measurement methods are employed, which measure related quantities. Then special reconstruction methods are used to infer about the quantities of interest from the data. These data also usually contain noise, thus the task of image reconstruction is most often complemented with the task of denoising. While current methods try to model the statistical distribution of the noise, in many practical situations the true noise distribution may be unknown or exact modelling may not be computationally feasible. Therefore there is a need for approximate methods that do not assume any particular noise distribution. Such models may be referred to as non-parametric noise models.

The goal of this thesis is a numerical study of a recently proposed approach that models errors in the data using intervals in a suitable partial order. From the statistical point of view, this corresponds to using confidence intervals for the unknown exact measurements rather than point estimates. In this thesis the performance of this method is studied in problems with unbounded noise and compared to existing approaches based on, e.g., Gaussian noise assumptions. To this end first a short introduction into variational methods for the solution of inverse problems as well as the basics of Banach lattices will be given.

**Kurzfassung:** In vielen praktischen Situationen, wie zum Beispiel medizinischen Anwendungen, können Bilder nicht direkt aufgenommen werden. Deswegen werden indirekte Bildgebungsverfahren verwendet, die verwandte Parameter messen. Dann werden spezielle Rekonstruktionsverfahren verwendet, um Informationen über die gesuchte Größe aus den Daten herzuleiten. Da diese Daten üblicherweise verrauscht sind, wird die Bildrekonstruktion meist durch Entrauschen ergänzt. Während aktuelle Methoden versuchen, die Verteilung des Rauschens exakt zu modellieren, ist diese in vielen Anwendungen oft unbekannt oder die numerische Umsetzung zu aufwändig. Deshalb werden approximative Methoden benötigt, die keine spezielle Verteilung des Rauschens annehmen. Diese Modelle können als nichtparametrische Rauschmodelle bezeichnet werden.

Das Ziel dieser Arbeit ist eine numerische Studie eines kürzlich vorgestellten Ansatzes, welcher die Fehler in den Daten mit Hilfe von Intervallen in einer geeigneten Halbordnung modelliert. Aus einem statistischen Blickwinkel entspricht dies der Verwendung von Konfidenzintervallen für die unbekannt exakten Messwerte anstelle von Punktschätzern. In dieser Arbeit wird die Leistung dieser Methode anhand von Problemen mit unbeschränktem Rauschen untersucht und mit existierenden Ansätzen, die zum Beispiel auf der Gauss-Annahme beruhen, verglichen. Hierfür wird zunächst eine kurze Einführung in Variationsmethoden zur Lösung inverser Probleme und die Grundlagen sogenannter Banach-Verbände vorgestellt.