



UNIVERSITÄT ZU LÜBECK
INSTITUTE OF MATHEMATICS
AND IMAGE COMPUTING

The Rudin-Osher-Fatemi model and a hierarchical (BV,L2) image decomposition for multiscale image representation

Das Rudin-Osher-Fatemi Modell und eine hierarchische (BV,L2) Bildzerlegung im Hinblick auf multiskalare Bildrepräsentation

Bachelorarbeit

verfasst am

Institute of Mathematics and Image Computing

im Rahmen des Studiengangs

Mathematik in Medizin und Lebenswissenschaften

der Universität zu Lübeck

vorgelegt von

Ole Gildemeister

ausgegeben und betreut von

Prof. Dr. Jan Modersitzki

Lübeck, den 30. November 2021

Zusammenfassung

Im Jahr 1992 stellten Rudin, Osher und Fatemi ein Verfahren zur Zerlegung von Bildern $f = u_\lambda + v_\lambda$ durch Minimierung ihrer Totalvariation vor [20]. Ursprünglich aus dem Feld der Rauschunterdrückung stammend, wird das so genannte *ROF Modell* seitdem vielfach in verschiedenen Anwendungen der Bildverarbeitung verwendet. Tadmor, Nezzar und Vese schlugen eine Erweiterung des Verfahrens zu einer hierarchischen Zerlegung vor, die zu einer multiskalen Bildrepräsentation $f \sim \sum_\ell u_\ell$ führt [22]. In dieser werden die verschiedenen Komponenten von f auf unterschiedliche Instanzen aufgeteilt: Beginnend mit einer stark vereinfachten, „Cartoon ähnlichen“ Version des Bildes, wird dessen Textur schrittweise erfasst, bis das Ausgangsbild schließlich wiederhergestellt ist. In dieser Arbeit gebe ich einen Überblick über das *ROF Modell* sowie die hierarchische (BV, L^2) Zerlegung und diskutiere ihre Eignung hinsichtlich der Repräsentation von 2D Graustufenbildern. Zudem stelle ich ein neues Verfahren zur Initialisierung der hierarchischen Zerlegung vor, durch das Elemente von möglicherweise fehlenden Skalen erfasst werden.

Abstract

In 1992, Rudin, Osher and Fatemi introduced a method for decomposing images $f = u_\lambda + v_\lambda$ by minimising their total variation [20]. Originating from the field of denoising, this so-called *ROF model* is now prominently used in various applications in image processing. Tadmor, Nezzar and Vese proposed to extend this method to a hierarchical decomposition, yielding a multiscale image representation $f \sim \sum_\ell u_\ell$ [22]. In this, the different components of f are captured at different instances: Starting with a very simplified, “cartoonish” version of the image, its texture is resolved step by step, until the original image is finally reconstructed. In this thesis, I give an overview of the *ROF model* as well as the hierarchical (BV, L^2) decomposition and discuss its applicability for the representation of 2D greyscale images. Furthermore, I introduce a new initialisation method to the hierarchical decomposition by which elements of potentially missing scales are captured.

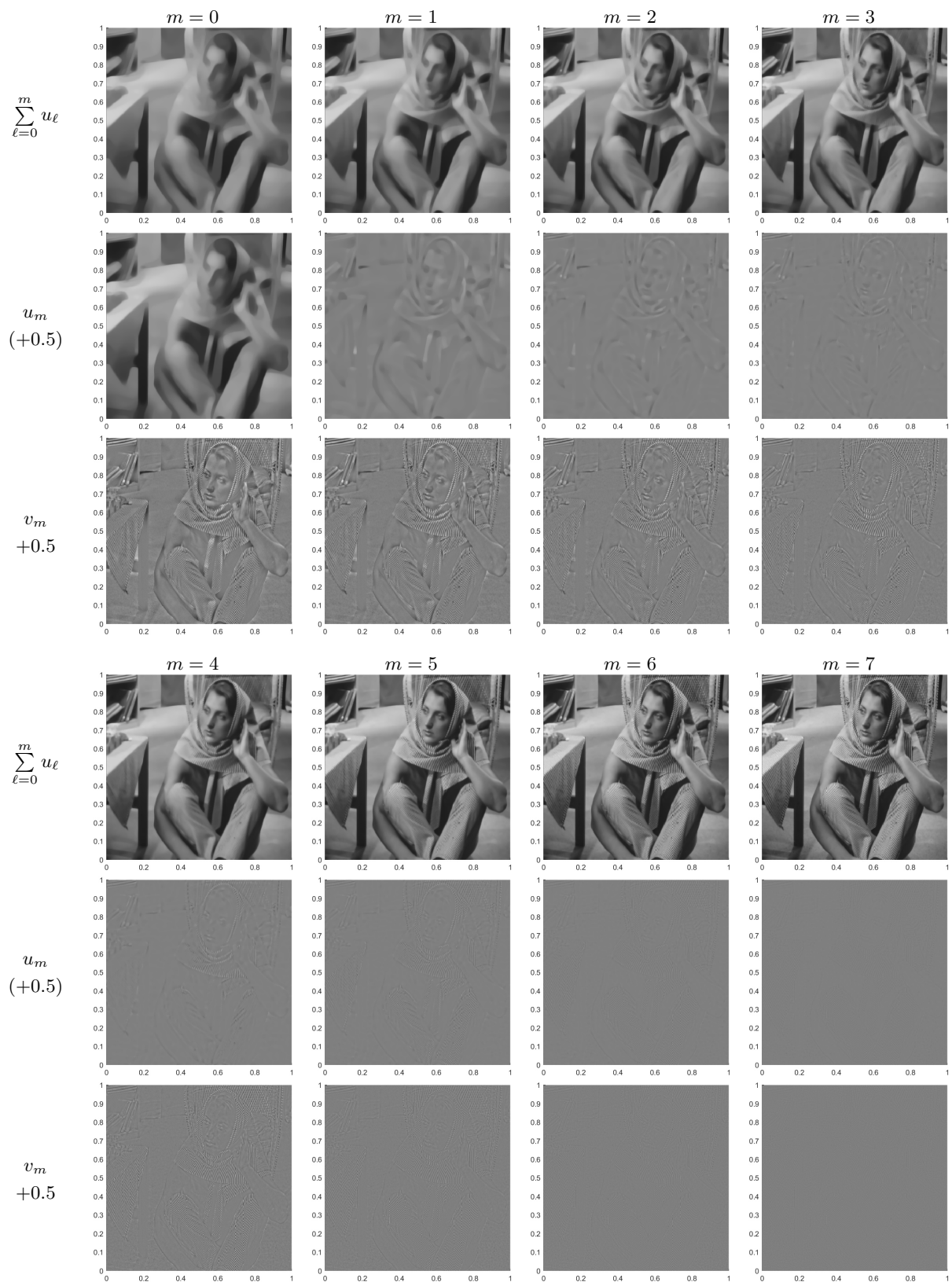


Figure 6.7: The different components (cumulative result, latest information, remaining residual) of the hierarchical decomposition of the picture of a woman, $\lambda_0 = 2e2$.