



UNIVERSITÄT ZU LÜBECK
INSTITUTE OF MATHEMATICS
AND IMAGE COMPUTING

Numerical Methods for Constrained Systems of Equations

Numerische Verfahren für Gleichungssysteme mit Nebenbedingungen

Masterarbeit

verfasst am

Institute of Mathematics and Image Computing

im Rahmen des Studiengangs

Mathematik in Medizin und Lebenswissenschaften

der Universität zu Lübeck

vorgelegt von

Johannes Voigts

ausgegeben und betreut von

Prof. Dr. Jan Lellmann

mit Unterstützung von

Dr. Florian Mannel

Lübeck, den 15. März 2024

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Johannes Voigts

Zusammenfassung

Gleichungssysteme mit Nebenbedingungen sind eine wichtige Klasse von Problemen, für deren Lösung verschiedene Familien von numerischen Verfahren existieren. Verschiedene Verfahren eignen sich für verschiedene Arten von Problemen. In dieser Arbeit analysieren wir zwei Klassen von Verfahren theoretisch und numerisch. Die erste Klasse basiert auf dem LP-Newton Verfahren, welches sich für nichtglatte Probleme mit nicht-isolierten Lösungen eignet. Die zweite Klasse basiert auf dem Verfahren der konjugierten Gradienten, welche sich zusätzlich für hochdimensionale Probleme eignen, allerdings voraussetzen, dass die Probleme monoton sind. Unsere Analyse ergänzt bestehende theoretische Resultate und identifiziert in einigen Fällen Schwachstellen in diesen.

Abstract

Constrained systems of equations are an important class of problems for whose solution various families of numerical methods exist. Different methods are suited for different kinds of problems. In this thesis, we analyse two classes of methods for these systems theoretically and numerically. The first class is based on the LP-Newton method which is suited for nonsmooth problems with non-isolated solutions. The second class are Conjugate Gradient methods that are additionally suited for large scale systems, but require the problem to be monotone. Our analysis contributes further theoretical results and, in some cases, identifies weaknesses in existing ones.